试验数据的误差分析

- 误差分析（**error analysis**）：对原始数据的可靠性进行客观的评定
- 误差（**error**）：试验中获得的试验值与它的客观真实值在数值上的不一致
  - **试验结果都具有误差，误差自始至终存在于一切科学实验过程中**
  - **客观真实值——真值**

1.1 真值与平均值

1.1.1 真值（true value）

- 真值：在某一时刻和某一状态下，某量的客观值或实际值
- 真值一般是未知的
- 相对的意义上来说，真值又是已知的
  - **平面三角形三内角之和恒为180°**
  - **国家标准样品的标称值**
  - **国际上公认的计量值**
  - **高精度仪器所测之值**
  - **多次试验值的平均值**

1.1.2 平均值（mean）

（1）算术平均值（arithmetic mean）

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \ldots + x_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$$

适合：

- 等精度试验值
- 试验值服从正态分布

（2）加权平均值(weighted mean)

加权和

$$\bar{x}_w = \frac{w_1x_1 + w_2x_2 + \ldots + w_nx_n}{w_1 + w_2 + \ldots + w_n} = \frac{\sum_{i=1}^{n} w_ix_i}{\sum_{i=1}^{n} w_i}$$

***w_i*——权重**

- 适合不同试验值的精度或可靠性不一致时

（3）对数平均值（**logarithmic mean**）

设两个数：$x_1 > 0$，$x_2 > 0$，则

$$\bar{x}_L = \frac{x_1 - x_2}{\ln x_1 - \ln x_2} = \frac{x_1 - x_2}{\ln \frac{x_1}{x_2}} = \frac{x_2 - x_1}{\ln \frac{x_2}{x_1}}$$

说明：

- 若数据的分布具有对数特性，则宜使用对数平均值
- 对数平均值≤算术平均值
- 如果$1/2 \le x_1/x_2 \le 2$时，可用算术平均值代替

（4）几何平均值（geometric mean）

设有n个正试验值：x_1，x_2，…，x_n，则

$$\bar{x}_G = \sqrt[n]{x_1 x_2 \ldots x_n} = (x_1 x_2 \ldots x_n)^{\frac{1}{n}}$$

- 当一组试验值取对数后所得数据的分布曲线更加对称时，宜采用几何平均值。
- 几何平均值≤算术平均值

（5）调和平均值（harmonic mean）

设有n个正试验值：x_1，x_2，…，x_n，则：

$$\frac{1}{H}=\frac{\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}+\ldots+\frac{1}{x_n}}{n}=\frac{\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{x_i}}{n}$$

- 常用在涉及到与一些量的倒数有关的场合
- 调和平均值≤几何平均值≤算术平均值

1.2 误差的基本概念

1.2.1 绝对误差（absolute error）

（1）定义

绝对误差＝试验值－真值

或

$$\Delta x = x - x_t$$

（2）说明

- 真值未知，绝对误差也未知
- 可以估计出绝对误差的范围：

$$\left|\Delta x\right| = \left|x - x_t\right| \le \left|\Delta x\right|_{\max}$$

绝对误差限或绝对误差上界

或

$$x_t \approx x \pm \left|\Delta x\right|_{\max}$$

- 绝对误差估算方法：
  - **最小刻度的一半为绝对误差；**
  - **最小刻度为最大绝对误差；**
  - **根据仪表精度等级计算：**

    绝对误差=量程×精度等级%

1.2.2 相对误差（relative error）

（1）定义：

$$相对误差 = \frac{绝对误差}{真值}$$

或

$$E_R = \frac{\Delta x}{x_t} = \frac{x - x_t}{x_t}$$

或

（2）说明：

- 真值未知，常将**Δx**与试验值或平均值之比作为相对误差：

$$E_R \approx \frac{\Delta x}{x} \qquad 或 \qquad E_R = \frac{\Delta x}{\overline{x}}$$

- 可以估计出相对误差的大小范围：

$$\left|E_R\right| = \left|\frac{\Delta x}{x_t}\right| \le \left|\frac{\Delta x}{x_t}\right|_{\max}$$

相对误差限或相对误差上界

$$\therefore \quad x_t = x(1 \pm \left|E_R\right|)$$

- 相对误差常常表示为百分数（%）或千分数（‰）

1.2.3 算术平均误差 (average discrepancy)

- 定义式:

$$\Delta = \frac{\sum_{i=1}^{n} \left| x_i - \overline{x} \right|}{n} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \left| d_i \right|}{n}$$

d_i ——**试验值** x_i **与算术平均值** $\overline{x}$ **之间的偏差。Di可能为正也可能为负，所以一定要取绝对值。**

- 可以反映一组试验数据的误差大小，但是无法表达出各试验值间的彼此符合程度。

1.2.4 标准误差 (standard error，标准偏差、标准差)

- 当试验次数*n*无穷大时，总体标准差：

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - (\sum_{i=1}^{n} x_i)^2 / n}{n}}$$

- 试验次数为有限次时，样本标准差：

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} d_i^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - (\sum_{i=1}^{n} x_i)^2 / n}{n-1}}$$

- 标准误差与每个数据有关，而且对其中较大或较小的误差敏感性很强，能明显地反映出较大的个别误差。
- 表示试验值的精密度，标准误差↓，试验数据精密度↑
- 科技文献中数据的表示方法：平均值±标准偏差

1.3 试验数据误差的来源及分类

1.3.1 随机误差 （random error ）

（1）定义：**以不可预知的规律变化着的误差，绝对误差时正时负，时大时小**

（2）产生的原因： **偶然因素**

（3）特点：具有统计规律

- **小误差比大误差出现机会多**
- **正、负误差出现的次数近似相等**
- **当试验次数足够多时，误差的平均值趋向于零**
- **可以通过增加试验次数减小随机误差**
- **随机误差不可完全避免的**

1.3.2 系统误差（systematic error）

（1）定义： **一定试验条件下，由某个或某些因素按照某一确定的规律起作用而形成的误差**

（2）产生的原因：**多方面**

（3）特点：

- **系统误差大小及其符号在同一试验中是恒定的**
- **它不能通过多次试验被发现，也不能通过取多次试验值的平均值而减小**
- **只要对系统误差产生的原因有了充分的认识，才能对它进行校正，或设法消除。**

1.3.2 系统误差（systematic error）

（4）系统误差的来源：

- **仪器（如砝码不准确或刻度不均匀等）；**
- **操作不当；**
- **个人的主观因素（如观察滴定终点或读取刻度的习惯）；**
- **试验方法本身的不完善。**

1.3.3 过失误差 （mistake ）

（1）定义：

一种显然与事实不符的误差

（2）产生的原因：

实验人员粗心大意造成，如操作失误、读数错误、记录错误等；在测量进行中受到突然的冲击、震动、干扰的影响等。

（3）特点：

- **可以完全避免**
- **没有一定的规律**

含有过失误差的实验数据是不能采用的，必须设法从测得的数据中剔除！

1.4 试验数据的精准度

1.4.1 精密度（precision）

（1）含义：

- 反映了随机误差大小的程度（集中程度）
- 在一定的试验条件下，多次试验值的彼此符合程度

例：甲：11.45，11.46，11.45，11.44

乙：11.39，11.45，11.48，11.50

（2）说明：

- 可以通过增加试验次数而达到提高数据精密度的目的
- 试验数据的精密度是建立在数据用途基础之上的
- 试验过程足够精密，则只需少量几次试验就能满足要求

（3）精密度判断

①极差（**range**）

$$R = x_{\max} - x_{\min}$$

R↓，精密度↑

②标准差（**standard error**）

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}x_i^2 - (\sum_{i=1}^{n}x_i)^2 / n}{n}}$$

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}x_i^2 - (\sum_{i=1}^{n}x_i)^2 / n}{n-1}}$$

标准差↓，精密度↑

③方差（**variance**）

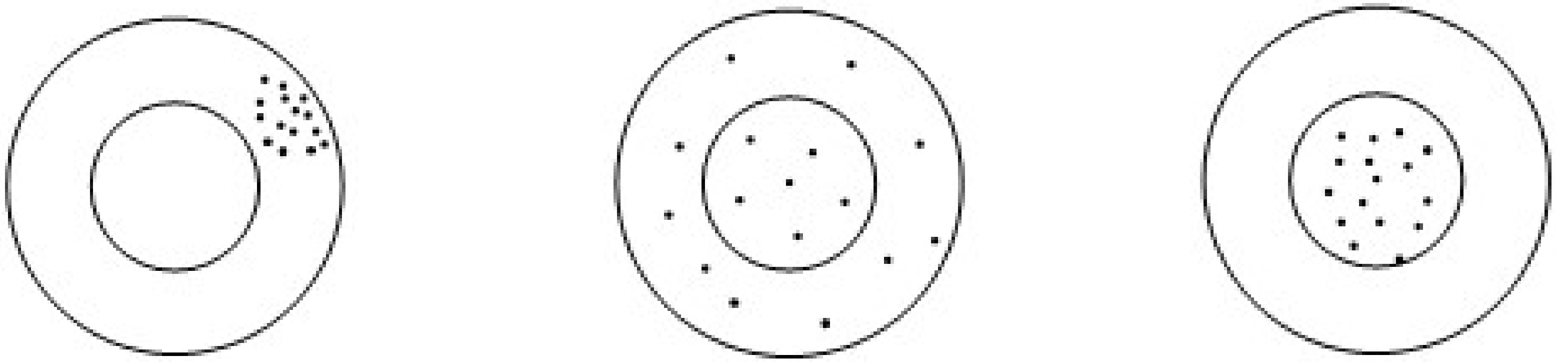
标准差的平方：

- 样本方差（ s^2 ）
- 总体方差（σ^2 ）
- 方差↓，精密度↑

1.4.2 正确度（correctness）

（1）含义：反映系统误差的大小（正确程度）

（2）正确度与精密度的关系：


（a）　　（b）　　（c）

- 精密度高并不意味着正确度也高
- 精密度不好，但当试验次数相当多时，有时也会得到好的正确度

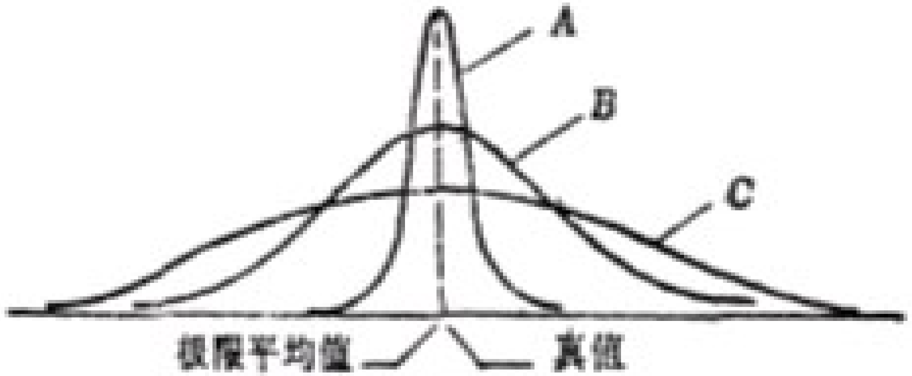
1.4.3 准确度（accuracy，精确度、精度）

（1）含义：

- 反映了系统误差和随机误差的综合，含精密、正确两重含义
- 表示了试验结果与真值的一致程度

（2）三者关系

- 无系统误差的试验

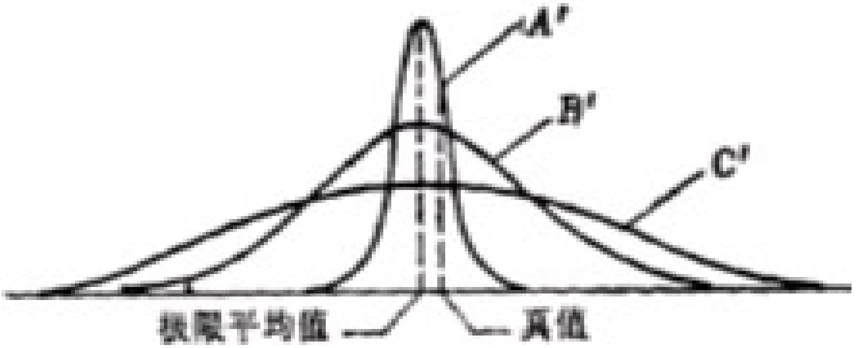


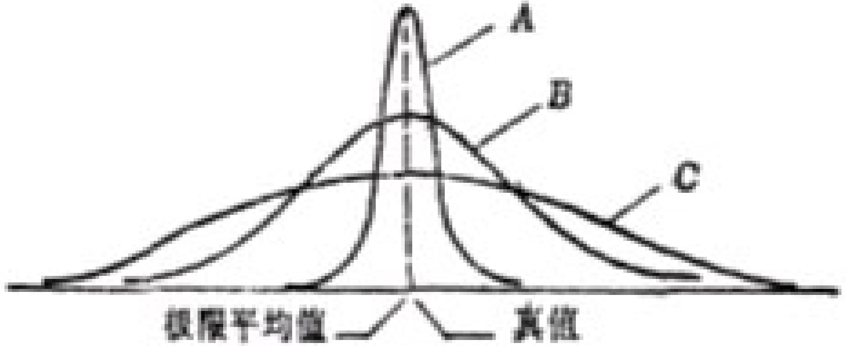
精密度： A > B > C

正确度： A = B = C

准确度： A > B > C

- 有系统误差的试验





精密度： A ' > B ' > C '

正确度：A′ > B′ > C′

准确度：A′ ＞B′ ＞C′

1.5 试验数据误差的统计假设检验

1.5.1 随机误差的检验

1.5.1.1 χ^2 检验（χ^2-test）

（1）目的：

在试验数据的总体方差 σ^2 已知的情况下，

对试验数据的随机误差或精密度进行检验。

（2）检验步骤：

①计算统计量 χ^2

若试验数据 $x_1, x_2, \cdots, x_n$ **服从正态分布，则**

$$\chi^2 = \frac{(n-1)s^2}{\sigma^2}$$

服从自由度为 $df = n-1$ **的** χ^2 **分布**

②查临界值 $\chi^2_\alpha(df)$

α —— **显著性水平**

一般取0.01或0.05，表示有显著差异的概率

③检验

- 双侧（尾）检验**(two-sided/tailed test)**：

若 $\chi^2_{\left(1-\frac{\alpha}{2}\right)} < \chi^2 < \chi^2_{\frac{\alpha}{2}}$

则判断两方差无显著差异，否则有显著差异

- 单侧（尾）检验**(one-sided/tailed test)**：

- **左侧（尾）检验**：

若 $\chi^2 > \chi^2_{(1-\alpha)}(df)$

则判断该方差与原总体方差无显著减小，否则有显著减小

- **右侧（尾）检验**

若 $\chi^2 < \chi^2_{\alpha}(df)$

则判断该方差与原总体方差无显著增大，否则有显著增大

（**3**）**Excel**在 χ^2 检验中的应用

1.5.1.2 F检验(F-test)

（1）目的：

对两组具有正态分布的试验数据之间的精密度进行比较

（2）检验步骤

①计算统计量

设有两组试验数据： $x_1^{(1)}, x_2^{(1)}, \cdots, x_{n_1}^{(1)}$ **和** $x_1^{(2)}, x_2^{(2)}, \cdots, x_{n_2}^{(2)}$

都服从正态分布，样本方差分别为 s_1^2 **和** s_1^2 **，则**

$$F = \frac{s_1^2}{s_2^2}$$

服从F分布，第一自由度为 $df_1 = n_1 - 1$

第二自由度为 $df_2 = n_2 - 1$

②查临界值

给定的显著水平α

$$\left.\begin{array}{l} df_1 = n_1 - 1 \\ df_2 = n_2 - 1 \end{array}\right\} \xrightarrow{\text{查F分布表}} \text{临界值}$$

③检验

- 双侧（尾）检验**(two-sided/tailed test)**：

若 $F_{(1-\frac{\alpha}{2})}(df_1, df_2) < F < F_{\frac{\alpha}{2}}(df_1, df_2)$

则判断两方差无显著差异，否则有显著差异

- 单侧（尾）检验(one-sided/tailed test)：
- **左侧（尾）检验**：

若 $F > F_{(1-\alpha)}(df_1, df_2)$

则判断该判断方差1比方差2无显著减小，否则有显著减小

- **右侧（尾）检验**

若 $F < F_{\alpha}(df_1, df_2)$

则判断该方差1比方差2无显著增大，否则有显著增大

（3）Excel在 F检验中的应用

1.5.2 系统误差的检验

1.5.2.1 t检验法

（1）平均值与给定值比较

①目的：检验服从正态分布数据的算术平均值是否与给定值有显著差异

②检验步骤：

- 计算统计量：

$$t = \frac{\overline{x} - \mu_0}{s}\sqrt{n}$$

服从自由度 $df = n-1$ **的t分布(t-distribution)**

μ_0 ——**给定值（可以是真值、期望值或标准值）**

- 双侧检验：

  若 $|t| < t_{\frac{\alpha}{2}}$

则可判断该平均值与给定值无显著差异，否则就有显著差异

- 单侧检验

  - **左侧检验**

    若 $t < 0$ **且** $|t| < t_{\alpha}$

    则判断该平均值与给定值无显著减小，否则有显著减小

  - **右侧检验**

    若 $t > 0$ **且** $t < t_{\alpha}$

    则判断该平均值与给定值无显著增大，否则有显著增大

（2）两个平均值的比较

目的：判断两组服从正态分布数据的算术平均值有无显著差异

①计算统计量：

- 两组数据的方差无显著差异时

$$t=\frac{\overline{x}_1-\overline{x}_2}{s}\sqrt{\frac{n_1 n_2}{n_1+n_2}}$$

服从自由度 $df=n_1+n_2-2$ **的t分布**

s——合并标准差：

$$s=\sqrt{\frac{(n_1-1)s_1^2+(n_2-1)s_2^2}{n_1+n_2-2}}$$

- 两组数据的精密度或方差有显著差异时

$$t=\frac{\overline{x}_1-\overline{x}_2}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1}+\frac{s_2^2}{n_2}}}$$

服从t分布，其自由度为：

$$df=\frac{(s_1^2/n_1+s_2^2/n_2)^2}{\frac{(s_1^2/n_1)^2}{(n_1+1)}+\frac{(s_2^2/n_2)^2}{(n_2+1)}}-2$$

② t检验

- 双侧检验：

若 $|t| < t_{\frac{\alpha}{2}}$

则可判断两平均值无显著差异，否则就有显著差异

- 单侧检验

➢ **左侧检验**

若 $t < 0$ **且** $|t| < t_{\alpha}$

则判断该平均值1较平均值2无显著减小，否则有显著减小

➢ **右侧检验**

若 $t > 0$ **且** $t < t_{\alpha}$

则判断该平均值1较平均值2无显著增大，否则有显著增大

（3）成对数据的比较

目的：试验数据是成对出现，判断两种方法、两种仪器或两分析人员的测定结果之间是否存在系统误差

①计算统计量：

$$t = \frac{\bar{d} - d_0}{s_d}\sqrt{n}$$

服从自由度为 $df = n - 1$ **的t分布**

d_0 **——零或其他指定值**

$\bar{d}$ **——成对测定值之差的算术平均值：** $\bar{d} = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})}{n} = \frac{\sum_{i=1}^{n} d_i}{n}$

s_d **—— n对试验值之差值的样本标准差：** $s_d = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(d_i - \bar{d})^2}{n-1}}$

② **t检验**

若 $|t| < t_{\frac{\alpha}{2}}$，**则成对数据之间不存在显著的系统误差，否则两组数据之间存在显著的系统误差**

（4）**Excel**在 **t**检验中的应用

1.5.2.2 秩和检验法（rank sum test）

（1）目的：两组数据或两种试验方法之间是否存在系统误差、两种方法是否等效等，不要求数据具有正态分布

（2）内容：

- 设有两组试验数据，相互独立，n_1，n_2分别是两组数据的个数，总假定 $n_1 \le n_2$；
- 将这个试验数据混在一起，按从小到大的次序排列
- 每个试验值在序列中的次序叫作该值的秩（**rank**）
- 将属于第1组数据的秩相加，其和记为R_1

R_1——第1组数据的秩和（**rank sum**）

如果两组数据之间无显著差异，则R_1就不应该太大或太小

- 查秩和临界值表：

根据显著性水平α和n_1，n_2，可查得R_1的上下限T_2和T_1

- 检验：

➢ 如果$R_1 > T_2$ 或$R_1 < T_1$，则认为两组数据有显著差异，另一组数据有系统误差

➢ 如果$T_1 < R_1 < T_2$，则两组数据无显著差异，另一组数据也无系统误差

（3）例：

设甲、乙两组测定值为：

甲：8.6，10.0，9.9，8.8，9.1，9.1

乙：8.7，8.4，9.2，8.9，7.4，8.0，7.3，8.1，6.8

已知甲组数据无系统误差，试用秩和检验法检验乙组测定值是否有系统误差。（α＝0.05）

解:（1）排序:

秩	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11.5	11.5	13	14	15
甲							8.6		8.8		9.1	9.1		9.9	10.0
乙	6.8	7.3	7.4	8.0	8.1	8.4		8.7		8.9			9.2		

（2）求秩和R_1

$$R_1=7+9+11.5+11.5+14+15=68$$

（3）查秩和临界值表

对于$\alpha=0.05$，$n_1=6$，$n_2=9$

得　$T_1=33$，$T_2=63$，

$\therefore R_1>T_2$

故：两组数据有显著差异，乙组测定值有系统误差

1.5.3 异常值的检验

可疑数据、离群值、异常值

一般处理原则为：

- 在试验过程中，若发现异常数据，应停止试验，分析原因，及时纠正错误
- 试验结束后，在分析试验结果时，如发现异常数据，则应先找出产生差异的原因，再对其进行取舍
- 在分析试验结果时，如不清楚产生异常值的确切原因，则应对数据进行统计处理；若数据较少，则可重做一组数据
- 对于舍去的数据，在试验报告中应注明舍去的原因或所选用的统计方法

1.5.3.1 拉依达（*Paŭta* ）检验法

①内容：

可疑数据x_p，若

$$\left|x_p - \bar{x}\right| > 3s \text{或} 2s$$

则应将该试验值剔除。

②说明：

- **3s**相当于显著水平α＝**0.01**，**2s**相当于显著水平α＝**0.05**
- 计算平均值及标准偏差**s** 时，应包括可疑值在内

- 可疑数据应逐一检验，不能同时检验多个数据

  首先检验偏差最大的数

- 剔除一个数后，如果还要检验下一个数，应重新计算平均值及标准偏差
- 方法简单，无须查表
- 该检验法适用于试验次数较多或要求不高时

  3s为界时，要求n＞10

  2s为界时，要求n＞5

③例：

有一组分析测试数据：**0.128，0.129，0.131，0.133，0.135，0.138，0.141，0.142，0.145，0.148，0.167，**问其中偏差较大的**0.167**这一数据是否应被舍去？（α＝**0.01**）

解：（**1**）计算 $\overline{x}$，s

$$\overline{x} = 0.140, s = 0.01116$$

（**2**）计算偏差

$$\left| x_p - \overline{x} \right| = \left| 0.167 - 0.140 \right| = 0.027$$

（**3**）比较

3s＝3×0.01116＝0.0335＞0.027

故按拉依达准则，当α＝**0.01**时，**0.167**这一可疑值不应舍去

（2）格拉布斯（Grubbs）检验法

①内容：

可疑数据x_p，若

$$\left|d_p\right| = \left|x_p - \bar{x}\right| > G_{(\alpha,n)}s$$

则应将该值剔除。

$G_{(\alpha,n)}$——**Grubbs检验临界值**

格拉布斯（Grubbs）检验临界值G(α ,n)表

n	显著性水平 α			
	0.05	0.025	0.01	0.005
3	1.153	1.155	1.155	1.155
4	1.463	1.481	1.492	1.496
5	1.672	1.715	1.749	1.764
6	1.822	1.887	1.944	1.973
7	1.938	2.020	2.097	2.139
8	2.032	2.126	2.221	2.274
9	2.110	2.215	2.323	2.387
10	2.176	2.290	2.410	2.482
11	2.234	2.355	2.485	2.564
12	2.285	2.412	2.550	2.636
13	2.331	2.462	2.607	2.699
14	2.371	2.507	2.659	2.755
15	2.409	2.549	2.705	2.806
16	2.443	2.585	2.747	2.852
17	2.475	2.620	2.785	2.894

②说明：

- 计算平均值及标准偏差s 时，应包括可疑值在内
- 可疑数据应逐一检验，不能同时检验多个数据

  首先检验偏差最大的数
- 剔除一个数后，如果还要检验下一个数 ，应重新计算平均值及标准偏差
- 能适用于试验数据较少时
- 格拉布斯准则也可以用于检验两个数据偏小，或两个数据偏大的情况

③ 例：例**1-13**

（3）狄克逊（Dixon）检验法

①单侧情形

- 将n个试验数据按从小到大的顺序排列：

$$x_1 \le x_2 \le \ldots \le x_{n-1} \le x_n$$

如果有异常值存在，必然出现在两端，即x_1 或x_n

- 计算出统计量*D*或*D'*
- 查单侧临界值 $D_{1-\alpha}(n)$
- 检验

> 检验x_n时，当 $D > D_{1-\alpha}(n)$ 时，可剔除x_n

> 检验x_1时，当 $D' > D_{1-\alpha}(n)$ 时，可剔除x_1

②双侧情形

- 计算D和 D′
- 查双侧临界值 $\tilde{D}_{1-\alpha}(n)$
- 检验
  - **当** $D > D'$ **，**$D > \tilde{D}_{1-\alpha}(n)$ **判断** x_n **为异常值**
  - **当** $D' > D$ **，**$D' > \tilde{D}_{1-\alpha}(n)$ **判断** x_1 **为异常值**

③说明

- 适用于试验数据较少时的检验，计算量较小
- 单侧检验时，可疑数据应逐一检验，不能同时检验多个数据
- 剔除一个数后，如果还要检验下一个数 ，应重新排序

④例：例**1-14**

1.6 有效数字和试验结果的表示

1.6.1 有效数字（significance figure）

能够代表一定物理量的数字

- 有效数字的位数可反映试验或试验仪表的精度
- 数据中小数点的位置不影响有效数字的位数

例如：50㎜，0.050m，5.0×10^{4}μm

- 第一个非0数前的数字都不是有效数字，而第一个非0数后的数字都是有效数字

例如： 29㎜和29.00㎜

1.6.2 有效数字的运算

（1）加、减运算：

与其中小数点后位数最少的相同

（2）乘、除运算

以各乘、除数中有效数字位数最少的为准

（3）乘方、开方运算：

与其底数的相同：　　**例如：$2.4^2=5.8$**

（4）对数运算：

与其真数的相同

例如ln6.84 = 1.92；lg0.00004 = －4

（5）在4个以上数的平均值计算中，平均值的有效数字可增加一位

（6）所有取自手册上的数据，其有效数字位数按实际需要取，但原始数据如有限制，则应服从原始数据。

（7）一些常数的有效数字的位数可以认为是无限制的

例如，圆周率π、重力加速度g、、1/3等

（8）一般在工程计算中，取2～3位有效数字

1.6.3 有效数字的修约规则

- ≤4：舍去
- ≥5，且其后跟有非零数字，进1位

例如：3.14159 → 3.142

- ＝5，其右无数字或皆为0时，“尾留双”：

> **若所保留的末位数字为奇数则进1**
> **若所保留的末位数字为偶数则舍弃**

例如：3.1415 → 3.142

1.3665 → 1.366

1.7 误差的传递

- 误差的传递：根据直接测量值的误差来计算间接测量值的误差

1.7.1 误差传递基本公式

间接测量值y与直接测量值x_i之间函数关系：

$$y = f(x_1, x_2 \dots, x_n)$$

全微分

$$\longrightarrow \quad dy = \frac{\partial f}{\partial x_1} dx_1 + \frac{\partial f}{\partial x_2} dx_2 + \dots + \frac{\partial f}{\partial x_n} dx_n$$

$$\longrightarrow \quad \Delta y = \frac{\partial f}{\partial x_1} \Delta x_1 + \frac{\partial f}{\partial x_2} \Delta x_2 + \dots + \frac{\partial f}{\partial x_n} \Delta x_n$$

- 函数或间接测量值的绝对误差为：

$$\Delta y=\sum_{i=1}^{n}\left|\frac{\partial f}{\partial x_i}\Delta x_i\right|$$

- 相对误差为：

$$\frac{\Delta y}{y}=\sum_{i=1}^{n}\left|\frac{\partial f}{\partial x_i}\frac{\Delta x_i}{y}\right|$$

$\frac{\partial f}{\partial x_i}$ ——误差传递系数

Δx_i ——直接测量值的绝对误差；

Δy ——间接测量值的绝对误差或称函数的绝对误差。

- 函数标准误差传递公式：

$$\sigma_y = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} (\frac{\partial f}{\partial x_i})^2 \sigma_i^2}$$

$$s_y = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} (\frac{\partial f}{\partial x_i})^2 s_i^2}$$

1.7.2 常用函数的误差传递公式

表1-4

1.7.3 误差传递公式的应用

（1）根据各分误差的大小，来判断间接测量或函数误差的主要来源：

例1-16

（2）选择合适的测量仪器或方法：

例1-17

秩和临界值表

n_1	n_2	α=0.025		α=0.05	
		T_1	T_2	T_1	T_2
5	5	18	37	19	36
	6	19	41	20	40
	7	20	45	22	43
	8	21	49	23	47
	9	22	53	25	50
	10	24	56	26	54
6	6	26	52	28	50
	7	28	56	30	54
	8	29	61	32	58
	9	31	65	33	63
	10	33	69	35	67

统计量D计算公式

n	检验高端异常值	检验低端异常值
3～7	$D=\frac{x_n-x_{n-1}}{x_n-x_1}$	$D'=\frac{x_2-x_1}{x_n-x_1}$
8～10	$D=\frac{x_n-x_{n-1}}{x_n-x_2}$	$D'=\frac{x_2-x_1}{x_{n-1}-x_1}$
11～13	$D=\frac{x_n-x_{n-2}}{x_n-x_2}$	$D'=\frac{x_3-x_1}{x_{n-1}-x_1}$
14～30	$D=\frac{x_n-x_{n-2}}{x_n-x_3}$	$D'=\frac{x_3-x_1}{x_{n-2}-x_1}$