




# 优选法

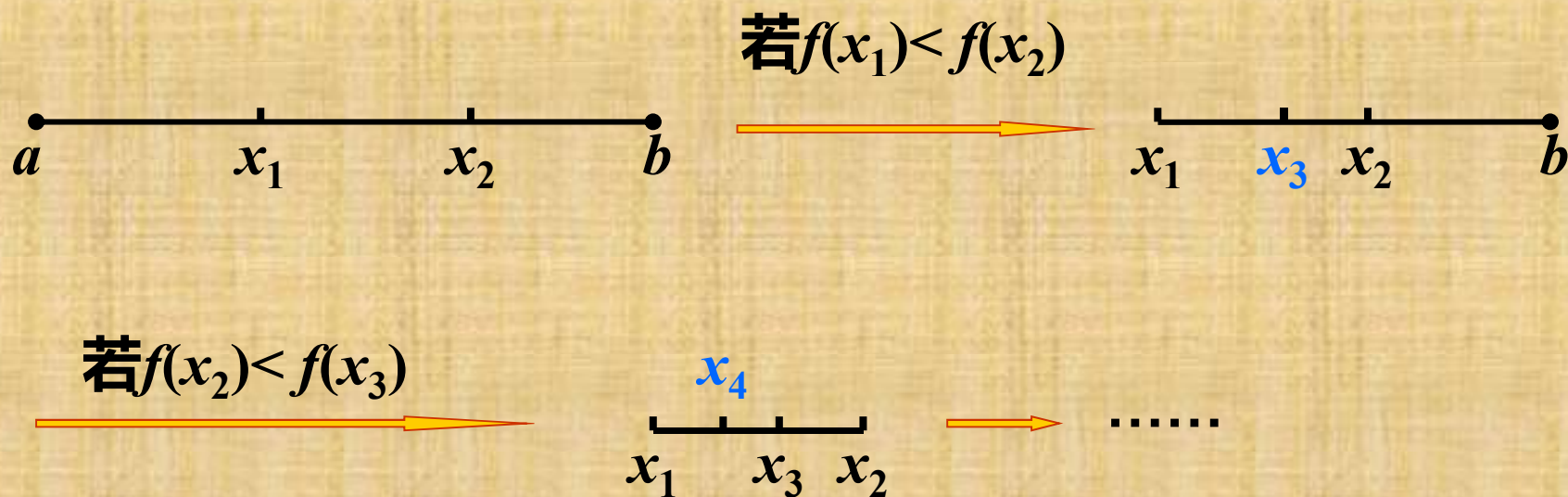
- 
- 优选法：根据生产和科研中的不同问题，利用数学原理，合理地安排试验点，减少试验次数，以求迅速地找到最佳点的一类科学方法。
  - 适用于：
    - 试验指标与因素间不能用数学形式表达
    - 表达式很复杂

## 5.1 单因素优选法

### 基本命题

- 试验指标 $f(x)$ 是定义区间 $(a, b)$ 的**单峰函数**
- 用尽量少的试验次数，来确定 $f(x)$ 的**最大值的近似位置**

### 5.1.1 来回调试方法

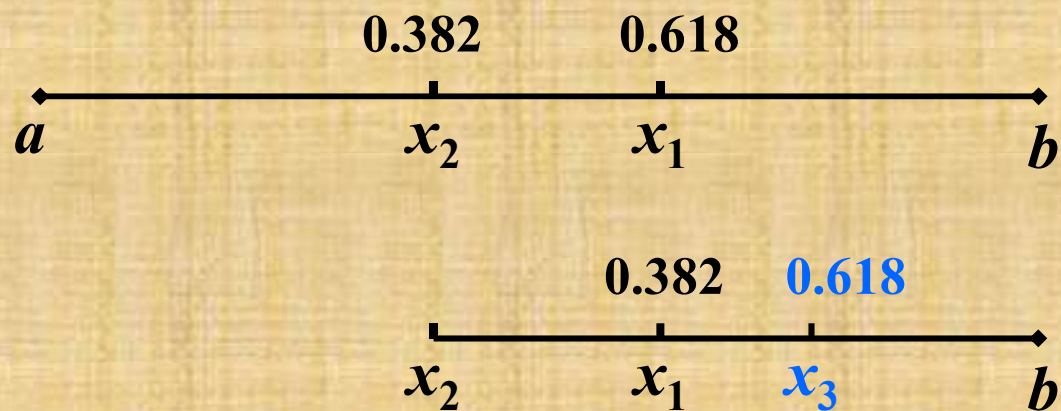


## 5.1.2 黄金分割法（0.618法）

- 黄金分割：

$$\omega = \frac{\sqrt{5} - 1}{2} = 0.6180339887 \dots$$

- 优选步骤：



.....

### 5.1.3 分数法

- 菲波那契数列：

- $F_0=1, F_1=1, F_n=F_{n-1}+F_{n-2} \quad (n \geq 2)$

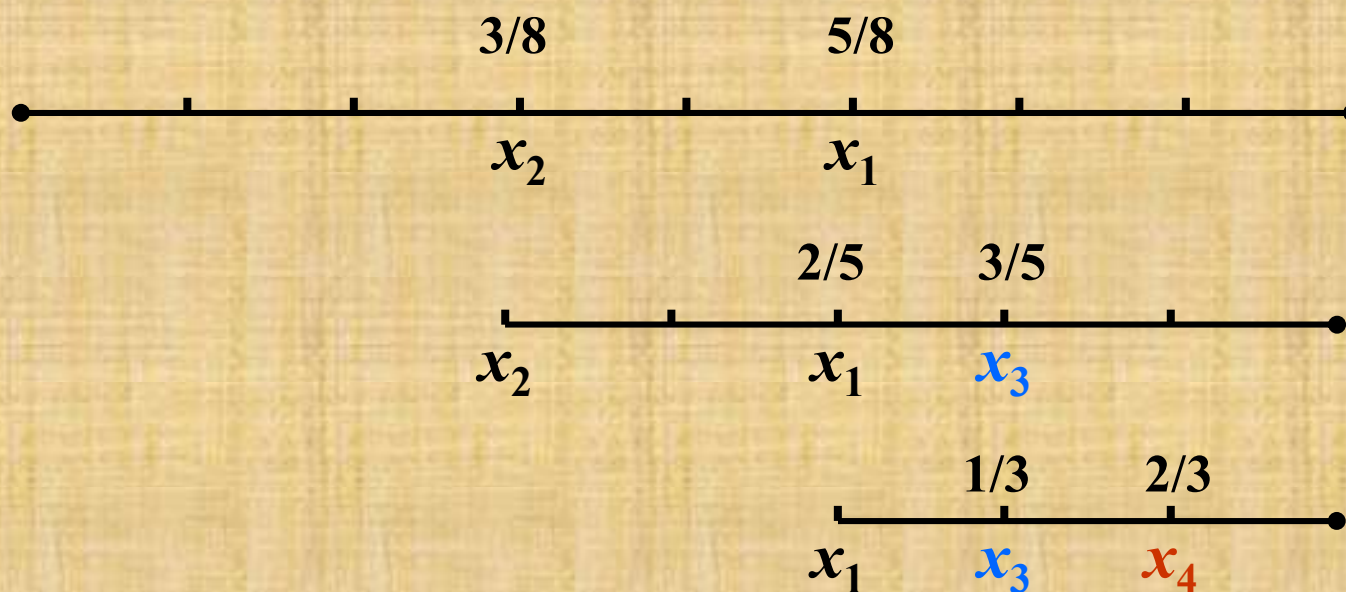
- 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, ...

- 分数：

$$\frac{F_n}{F_{n+1}}$$

$$\frac{3}{5}, \frac{5}{8}, \frac{8}{13}, \frac{13}{21}, \frac{21}{34}, \frac{34}{55}, \frac{55}{89}, \frac{89}{144}, \frac{144}{233}$$

■ 分数法优选方法:



■ 适用于:

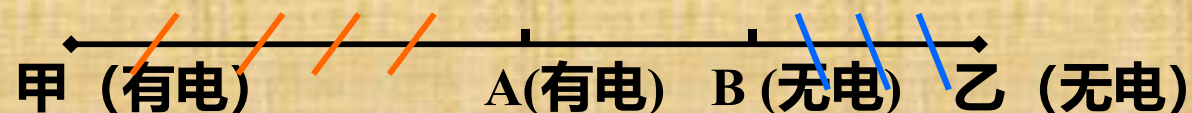
- 试验值只能取整数的情况
- 试验次数有限时

■ 分数法试验次数:

分数 $F_n/F_{n+1}$	第一批试验点位置	等分试验范围份数 $F_{n+1}$	试验次数
$2/3$	$2/3, 1/3$	3	2
$3/5$	$3/5, 2/5$	5	3
$5/8$	$5/8, 3/8$	8	4
$8/13$	$8/13, 5/13$	13	5
$13/21$	$13/21, 8/21$	21	6
$21/34$	$21/34, 13/34$	34	7
$34/55$	$34/55, 21/34$	55	8

## 5.1.4 对分法

- 优选方法:



- 特点:

- 每次只做1次试验
- 每次试验区间可以缩小一半

- 适用条件:

- 要有一个标准（或具体指标）
- 要预知该因素对指标的影响规律



## 5.1.5 抛物线法

- 在三个试验点 $x_1, x_2, x_3$ , 且 $x_1 < x_2 < x_3$ , 分别得试验值 $y_1, y_2, y_3$ , 根据Lagrange插值法可以得到一个二次函数:

$$y = y_1 \frac{(x-x_2)(x-x_3)}{(x_1-x_2)(x_1-x_3)} + y_2 \frac{(x-x_3)(x-x_1)}{(x_2-x_3)(x_2-x_1)} + y_3 \frac{(x-x_1)(x-x_2)}{(x_3-x_1)(x_3-x_2)}$$

- 设二次函数在 $x_4$ 取得最大值:

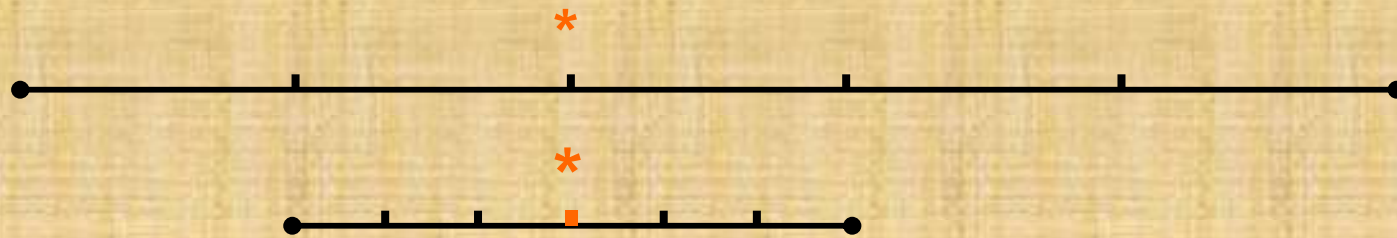
$$x_4 = \frac{1}{2} \frac{y_1(x_2^2 - x_3^2) + y_2(x_3^2 - x_1^2) + y_3(x_1^2 - x_2^2)}{y_1(x_2 - x_3) + y_2(x_3 - x_1) + y_3(x_1 - x_2)}$$

- 在 $x = x_4$ 处做试验，得试验结果 $y_4$
- 假定 $y_1, y_2, y_3, y_4$ 中的最大值是由 $x_i'$ 给出
- 除 $x_i'$ 之外，在 $x_1, x_2, x_3$ 和 $x_4$ 中取较靠近 $x_i'$ 的左右两点，将这三点记为 $x_1', x_2', x_3'$
- 此处 $x_1' < x_2' < x_3'$ ，若在处的函数值分别为 $y_1', y_2', y_3', \dots$

## 5.1.6 分批试验法

### (1) 均分法

- 每批做 $2n$ 个试验
- 先把试验范围等分为 $(2n+1)$ 段，在 $2n$ 个分点上作第一批试验
- 比较结果，留下较好的点，及其左右一段



- 然后把这两段都等分为 $(n+1)$ 段
- 分点处做第二批试验

## (2) 比例分割法

- 每一批做 $2n+1$ 个试验
- 把试验范围划分为 $2n+2$ 段，相邻两段长度为 $a$ 和 $b(a>b)$
- 在 $(2n+1)$ 个分点上做第一批试验，比较结果，在好试验点左右留下一长一短



- 把 $a$ 分成 $2n+2$ 段，相邻两段为 $a_1$ ,  $b_1(a_1>b_1)$ ，且 $a_1=b$



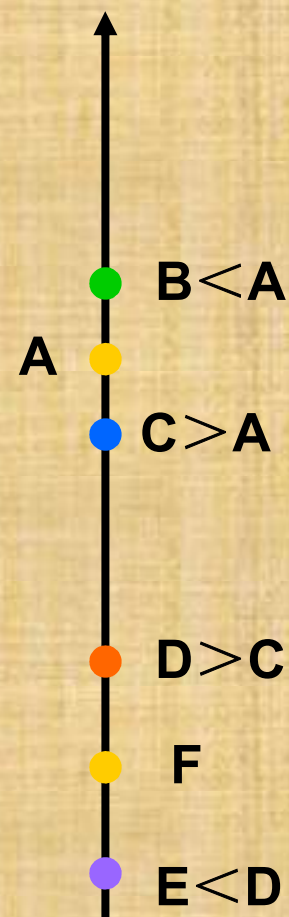
- 长短段的比例：

$$\lambda = \frac{1}{2} \left( \sqrt{\frac{n+5}{n+1}} - 1 \right)$$

当**n=0**时， **$\lambda=0.618$**

## 5.1.7 逐步提高法（爬山法）

- 方法：
  - 找一个起点
  - 寻找方向
- 注意：
  - 起点
  - 步距：“两头小，中间大”



## 5.1.8 多峰情况

- (1) 不论“单峰”还是“多峰”，按前述方法优选
- (2) 先做一批分布得比较均匀、疏松的试验，看是否有“多峰”现象，分别找出这些“峰”

## 5.2 双因素优选法

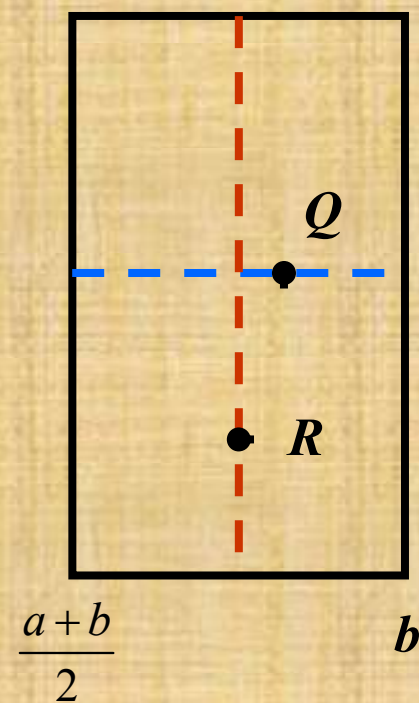
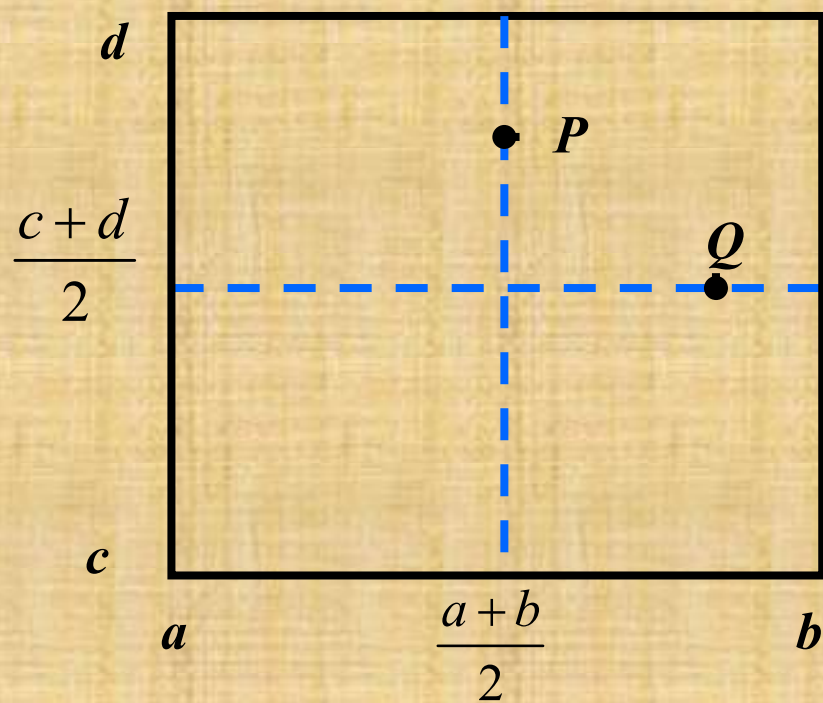
### 命题

- 迅速地找到二元函数 $z=f(x, y)$ 的最大值，及其对应的 $(x, y)$ 点的问题
- 假定是单峰问题
- 双因素优选法的几何意义



## 5.2.1 对开法

- 优选范围： $a < x < b$ ,  $c < y < d$
- 优选方法：

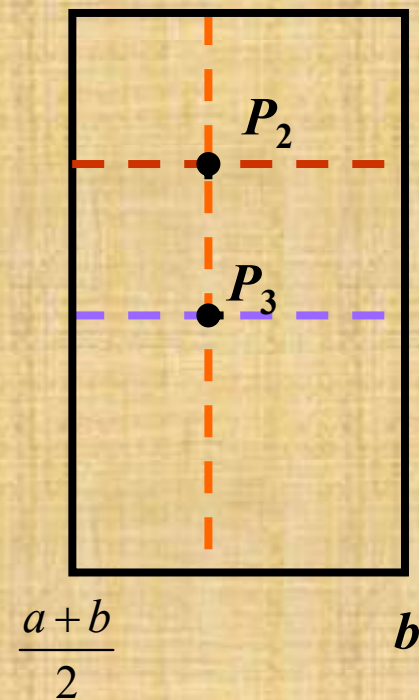
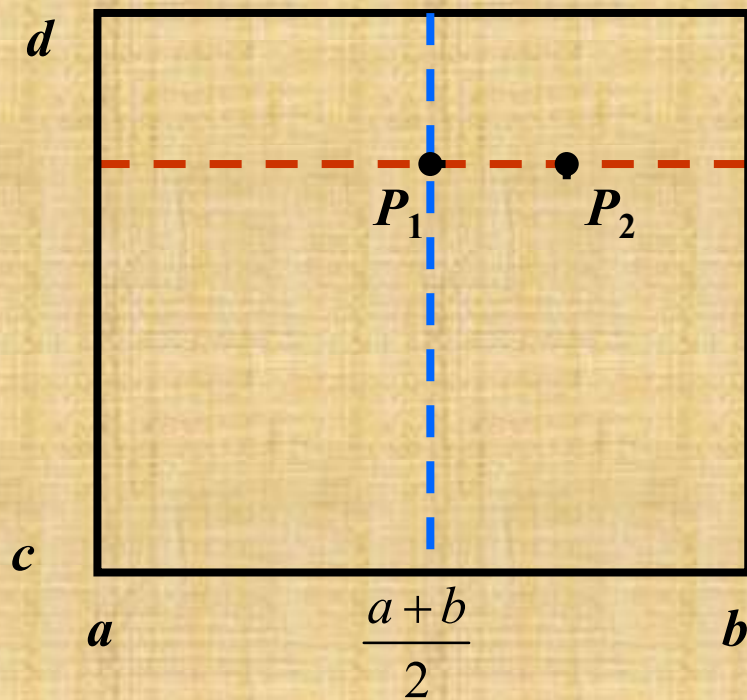


## 5.2.2 旋升法（从好点出发法）

- 优选范围：

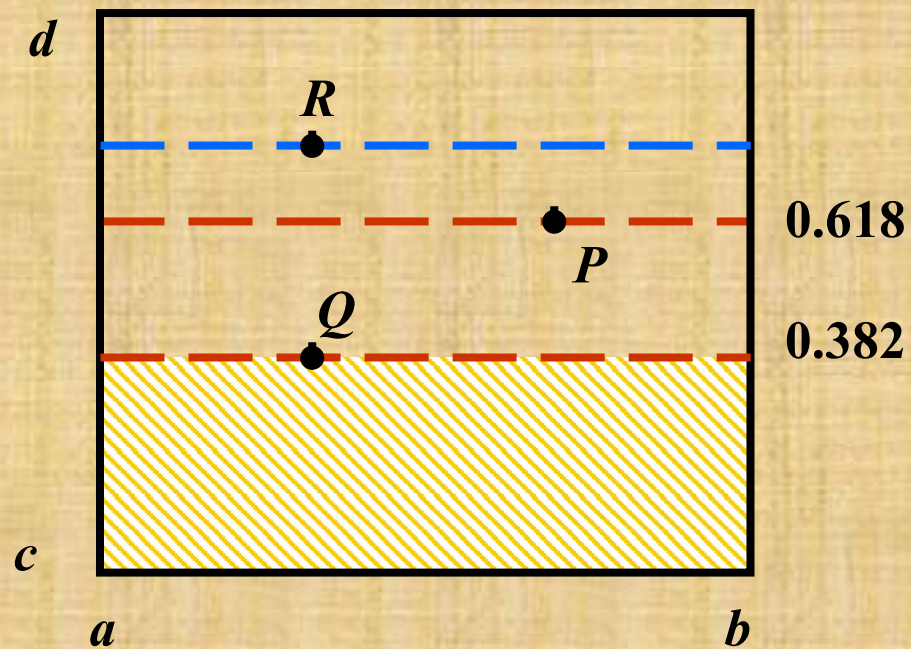
$$a < x < b, \quad c < y < d$$

- 优选方法：



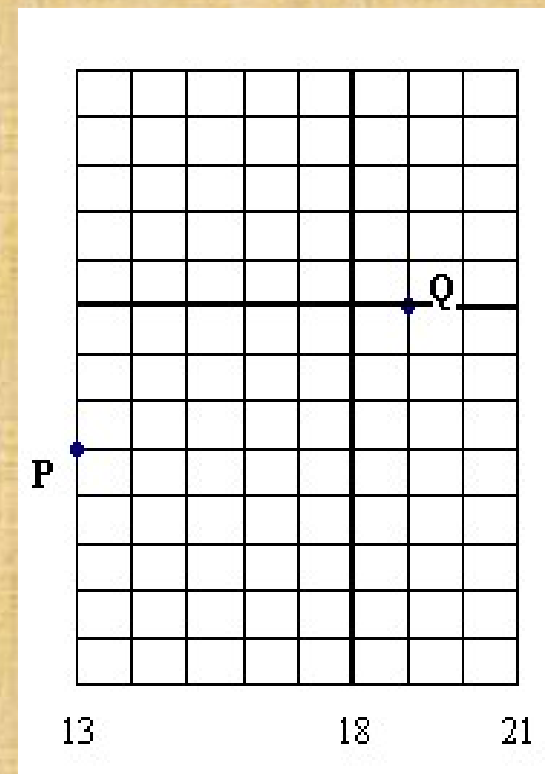
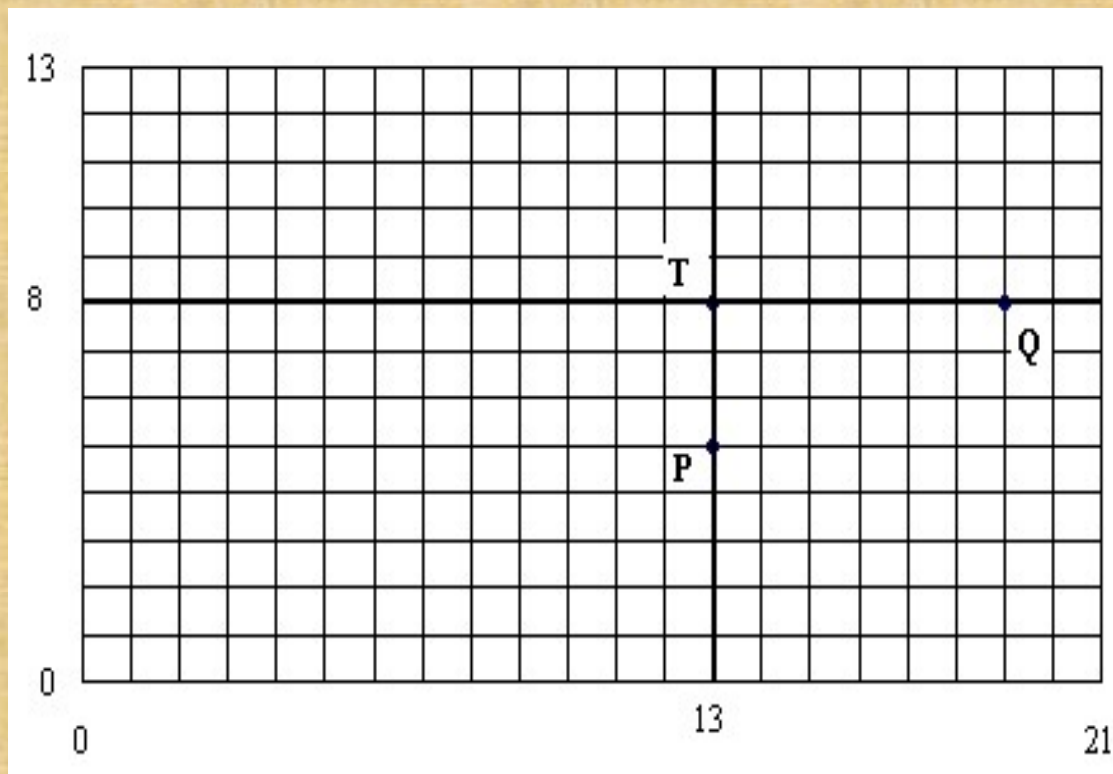
### 5.2.3 平行线法

- 两个因素：一个易调整，另一个不易调整时
- 优选范围： $a < x < b$ ,  $c < y < d$
- 优选方法：（设： $x$ 易调整， $y$ 不易调整）

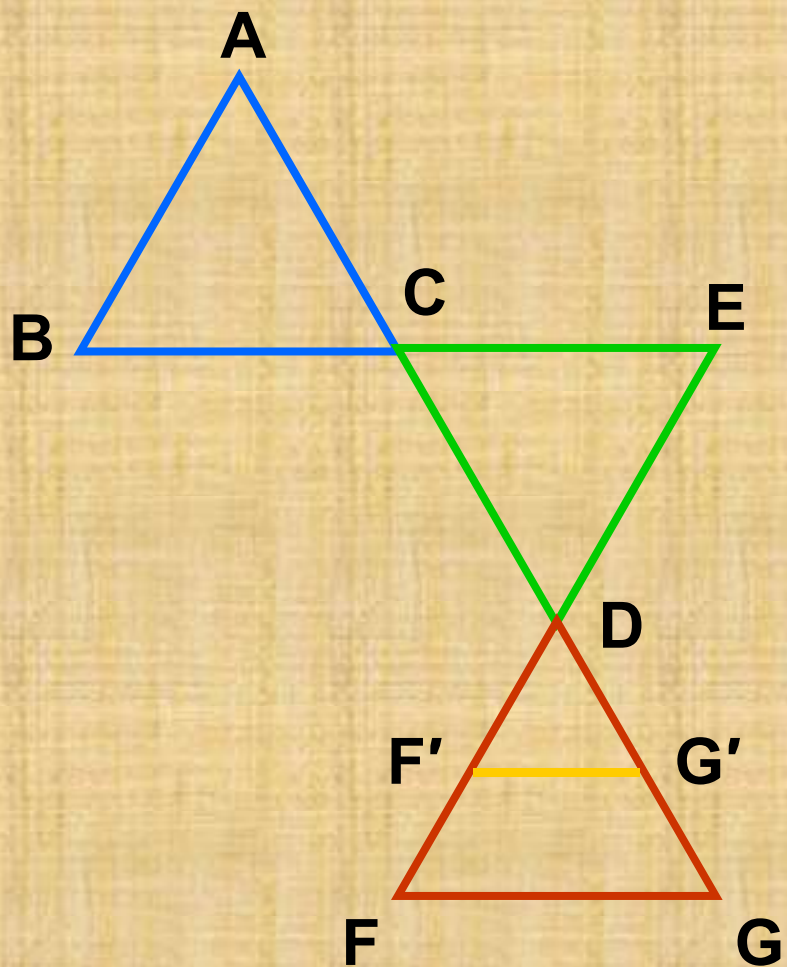


## 5.2.4 按格上升法

- 将试验区域画上格子
- 将分数法与上述方法结合起来



## 5.2.5 翻筋斗法



## 优选法在因素主次判断中的应用：

- 在因素的试验范围内做两个试验（可选**0.618**和**0.382**两点）
- 如果这两点的效果差别显著，则为主要因素
- 如果这两点效果差别不大
  - 在（**0.382~0.618**）、（**0~0.382**）和（**0.618~1**）三段的中点分别再做一次试验
  - 如果仍然差别不大，则此因素为非主要因素
  - 可将该因素固定在**0.382~0.618**间的任一点
- 当对某因素做了五点以上试验后，如果各点效果差别不明显，则该因素为次要因素